# 理想流体力学試験問題

2002-8-1,12:50〜14:20

by E. Yamazato

1.(20) 複素ポテンシャルが次式で表される流れの型を説明し、かつそれらの流れの速度ポテンシャルおよび流れの関数を求めよ。

$$(1)w = -15ilnz + 13z, (2)w = 23z + 22lnz$$

2.(20) 二次元の渦流れにおいて、速度成分が $u = 3x + y, v = 2x - 3y$ なる流れの渦度を求めよ。(2) その流れの流れ関数を求めよ。(3) 直線 $x = \pm 2, y = \pm 2$ で区切られた正方形のまわりの循環値を求めよ。
3.(20)x=a と x=-a に強さ Q の吹き出しがあるとき、その複素ポテンシャルを求めよ。また (0,a) 点における速度成分 u,v を求めよ。
4.(20) 速度 U の一様流れ中に強さ Q の吹き出しが原点にある場合、この流れ場に作用する力を求めよ。
5.(25)4a の長さの平板に $\alpha$ なる傾きをもち、かつ循環をもつ流れがある。(1) 平行流れ（w ー平面）から平板に至る写像関係を示し、かつ流れをスケッチせよ。(2) 平板の後端に岐点がくるようにしたときの循環値を求めよ。
（解）
1.

(1) Parallel flow (U=3)+Circulation flow($\Gamma = 30\pi$)

$$w = -15iln(re^{i\theta}) + 13re^{i\theta} = -15ilnr + 15\theta + 13r(cos\theta + isin\theta)$$

$$\varphi = 15\theta + 13rcos\theta, \psi = 13rsin\theta - 15lnr$$

(2) Parallel flow(U=23)Source flow($Q = 44\pi$)

$$w = 23re^{i\theta} + 22lnre^{i\theta}$$

$$\varphi = 23rcos\theta + 22lnr, \psi = 23rsin\theta + 22\theta$$

2.

(1) $$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 2 - 1 = 1$$

(2) $$u = 3x + y, v = 2x - 3y$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 3xy + y; \psi = 3xy + 1/2y^2$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = 2x - 3y; \psi = x^2 + 3xy$$

$$\psi = 3xy + 1/2y^2 - x^2$$

(3) $$\Gamma = \int_{-2}^{2}\int_{-2}^{2}(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}dxdy = 4 \times 4 = 16$$

3.

$$w = \frac{Q}{2\pi}ln(z-a) + \frac{Q}{2\pi}ln(z+a) = \frac{Q}{2\pi}ln(z^2 - a^2)$$

$$\frac{dw}{dz} = \frac{Q}{2\pi}\frac{2z}{z^2 - a^2} = u - iv$$

$$At(0,a), z = ia, u - iv = \frac{Q}{2\pi}\frac{2ia}{-a^2 - a^2} = -\frac{Qi}{2\pi a}$$

$$\therefore\ u = 0, v = \frac{Q}{2\pi a}$$

4.

$$w = Uz + mlnz, m = \frac{Q}{2\pi}$$
$$\frac{dw}{dz} = U + \frac{m}{z}$$
$$(\frac{dw}{dz})^2 = U^2 + \frac{m^2}{z^2} + \frac{2Um}{z}$$
$$F_x - F_y = \frac{i\rho}{2}\oint(\frac{dw}{dz})^2 dz = \frac{i\rho}{2}2Um(2\pi i) = -\rho UQ$$
$$F_x = -\rho UQ, F_y = 0$$

5.

$$w = U(z_1 + \frac{a^2}{z_1}) - \frac{i\Gamma}{2\pi}lnz_1, z_2 = z_1e^{i\alpha}, z = z_2 + \frac{a^2}{z_2}$$
$$\frac{dw}{dz_1}\frac{dz_1}{dz_2}\frac{dz_2}{dz} = 0$$
$$\frac{dw}{dz_1} = U(1 - \frac{a^2}{z_1^2} - \frac{i\Gamma}{2\pi z_1} = 0$$
$$\text{At point A}, z = 2a, z_2 = a, z_1 = z_2e^i\alpha$$
$$\frac{dw}{dz_1})_A = U(1 - \frac{a^2}{a^2e^{-2i\alpha}}) - \frac{i\Gamma}{2\pi ae^{-i\alpha}} = 0$$
$$U(1 - e^{2i\alpha}) - \frac{i\Gamma}{2\pi a}e^{i\alpha} = 0$$
$$U(e^{-i\alpha}) - e^{i\alpha} - \frac{i\Gamma}{2\pi a} = 0$$
$$U(cos\alpha - isin\alpha - cos\alpha - isin\alpha) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} = 0$$
$$\Gamma = -4\pi aUsin\alpha(\Gamma : negative)$$