理想流体力学試験問題

1998-9-17,12:50〜14:20

by E. Yamazato

1. 二次元流れの速度成分が $u = x - 4y,\ v = -4x - y$ で与えられる流れは理論上存在するか。流れの関数を求めよ。もしその流れが渦なし流れであれば速度ポテンシャルを求めよ。
2.$z = \pm a$ にお互いに反対向きで強さの等しい Γ の渦がある場合について (1) 原点 (0,0) に於ける速度を求めよ。(2) また二つの渦による誘起速度およびその向きを求めよ。
3. 図に示すように無限に広い壁 (x=0) に近接して点 p(x,0) に強さ Γ の渦がある場合について (1) 原点 (0,0) における速度を求めよ。(2) また、二つの渦による誘起速度およびその向きを求めよ。
4. 速度 U の一様流れ中に強さ Q の吹き出しが原点にある場合、この流れ場に作用する力を求めよ。
5. 図に示すような流線図より，この流れがどういう型の流れを組み合わせたものか説明せよ．また数値も含めた複素ポテンシャルを求めよ．

（解）

1.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 1 - 1 = 0$$

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = -4 - (-4) = 0$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = x - 4y; \quad \psi = xy - 2y^2 + f(x)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial y} = -4x - y; \quad \psi = 2x^2 + xy + f(y)$$

$$\therefore \psi = 2(x^2 - y^2)xy + C$$

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = x - 4y; \quad \varphi = \frac{1}{2}x^2 - 4xy + f(y)$$

$$v = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -4x - y; \quad \psi = -4xy - \frac{1}{2}y^2 + f(x)$$

$$\therefore \varphi = \frac{1}{2}(x^2 - y^2) - 4xy + C$$

2.

$$w = \frac{i\Gamma}{2\pi} ln(z-a) - \frac{i\Gamma}{2\pi} ln(z+a)$$

$$\frac{dw}{dz} = u - iv = \frac{i\Gamma}{2\pi}\frac{1}{(z-a)} - \frac{i\Gamma}{2\pi}\frac{1}{(z+a)} = \frac{i\Gamma}{2\pi} = \frac{i\Gamma}{2\pi}\frac{2a^2}{z^2 - a^2}$$

At the origin(0,0)$u = 0, \quad v = -\dfrac{\Gamma}{\pi a}$

$$V = \frac{\Gamma}{2\pi(2a)} = \frac{\Gamma}{4\pi a}$$

3.

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi x}\text{で壁に平行に移動する。}$$

4.

$$w = Uz + mlnz, m = \frac{Q}{2\pi}$$

$$\frac{dw}{dz} = U + \frac{m}{z}$$
$$(\frac{dw}{dz})^2 = U^2 + \frac{m^2}{z^2} + \frac{2Um}{z}$$
$$F_x - F_y = \frac{i\rho}{2}\oint(\frac{dw}{dz})^2 dz = \frac{i\rho}{2} 2Um(2\pi i) = -\rho UQ$$
$$F_x = -\rho UQ, F_y = 0$$

5.

$$Parallel\ flow + source + sink\ flow$$
$$w = iUz + m\ln\frac{z-a_2}{z-a_1}$$
$$a_1 = 0, \quad a_2 = 3+4i, \quad U = 4m/s, \quad m = \frac{Q}{2\pi} = \frac{27\times 4}{2\pi} = \frac{54}{\pi}$$
$$w = i4z + \frac{54}{\pi}\ln(1 - \frac{3+4i}{z})$$