

理想流体力学演習問題(0)

0-1. もし $\phi(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$ で表されるとき, 点 $(1, -2, -1)$ における $\nabla\phi$ を求めよ.

0-2. $\phi = \ln|\bar{r}|$ で表されるとき $\nabla\phi$ を求めよ. ここで $\bar{r} = xi + yj + zk$ である.

0-3. $\phi = 2x^3y^2z^4$ で表されるとき, (1) $\nabla\nabla\phi$ ($div\ grad\phi$) の値を求めよ. (2) $\nabla\nabla\phi = \nabla^2\phi$ なることを示せ.

$$\text{where } \nabla^2\phi = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

0-4. $\bar{A} = x^2yi - 2xzj + 2yzk$ なるとき $curl\ curl\bar{A}$ を求めよ.

0-5. $\phi = 1/|\bar{r}|$ として $\nabla\phi$ を求めよ. ここで $\bar{r} = xi + yj + zk$ である.

0-6. $\nabla^2(1/|\bar{r}|) = 0$ なることを証明せよ. ここで $\bar{r} = xi + yj + zk$ である.

0-7. もし $\bar{A} = xzi - yzj + xyzk$ で表されるとき点 $(1, -1, 1)$ における $\nabla\bar{A}$ ($div\bar{A}$) を求めよ.

0-8. 次の式を証明せよ.

$$(1) \nabla \times (\nabla\phi) = 0 (\text{curl grad}\phi = 0), (2) \nabla(\nabla \times \bar{A}) = 0 (\text{div curl}\bar{A} = 0)$$