

流体力学 III 試験問題

1984-10-2

by E. Yamazato

1. 図に示す二次元広がりダクト内を流量 $20\text{cm}^3/\text{s}$ の流体が流れている。ただし、 $\rho = 2\text{kgs}^2/\text{cm}^4$ とする。

(1) もし、Potential flow とすればどのような型の流れか

(2) Potential flow の仮定の下で A 点の速度を求めよ。

(3) A 点における圧力勾配を求めよ

(4) 一次元流れの仮定で A 点の速度を求めよ。

2. 次の流れを説明し、これらはすべて理論上存在しうる流であり、かつ (4) 以外はすべてうずなし流れであることを示せ。

$$(1) \psi = 15y, \quad (2) \psi = 17.3y - 10x, \quad (3) \psi = -20x, \quad (4) \psi = -5x^2$$

3.(1) 二次元の渦流れにおいて、速度成分が $u = 4y$, $v = 2x$ なる流れは理論上存在しうるか。

(2) その流れの流線を求めよ。(3) 直線 $y = 1$, $y = 3$, $x = 2$, $x = 5$ で区切られた長方形のまわりの循環値を求めよ。

4. 図に示すような流線図より、この流れがどのような型の流れを組み合わせたものか説明せよ。また数値も含めた複素ポテンシャルを求めよ。

(解)

1.

$$(1) \quad \varphi = \ln r, \quad v_r = \frac{m'}{r}, \quad m' = \frac{Q'}{2\pi}$$

$$Q = \frac{60}{360}Q' = \frac{1}{6}Q', \quad Q' = 6Q = 6 \times 20 = 120\text{cm}^3/\text{s}, \quad m' = 19\text{cm}^3/\text{s}$$

$$(2) \quad v_{rA} = \frac{m'}{r_A} = \frac{Q'}{2\pi r_A} = \frac{120}{(2\pi \times 20)} = 0.55\text{cm/s}$$

$$(3) \quad v_r \frac{dv_r}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr}, \quad \frac{dp}{dr} = -\rho v_r \left(\frac{dv_r}{dr} \right)_A = \frac{\rho m'^2}{r_A^3}$$

$$\left(\frac{dp}{dr} \right)_A = \frac{(1.204 \times 10^{-6} \times 19.1^2)}{34.6^3} = 0.01 \times 10^{-6}$$

$$(4) \quad v_{rA} = \frac{Q}{A} = \frac{20}{40} = 0.5\text{cm/s}$$

2.

$$(1) \quad \frac{dw}{dz} = ae^{-\alpha} = a(\cos \alpha - i \sin \alpha) = u - v$$

$$u = a \cos \alpha, \quad v = a \sin \alpha, \quad V = a$$

$$(2) \quad z = re^{i\theta}, \quad w = \varphi + i\psi = r^n e^{in\theta} = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

$$\varphi = r^n \cos n\theta, \quad \psi = r^n \sin n\theta$$

$$\text{For } n = \frac{1}{2}, \quad \varphi = r^{1/2} \cos \frac{\theta}{2}, \quad \psi = r^{1/2} \sin \frac{\theta}{2}$$

3.

$$(1) \quad \text{div}V = 0$$

$$(2) \quad \frac{dx}{4y} = \frac{dy}{2x}, \quad 2xdx - 4ydy = 0, \quad x^2 - 2y^2 = c$$

$$(3) \quad 4(5 - 2) + 10(3 - 1) - 12(5 - 1) - 4(1 - 3) = 12m^2/s$$

$$\begin{aligned} \Gamma &= \int_2^5 \int_1^3 \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx dy \\ &= - \int_1^3 6 dy = -(18 - 6) = -12m^2/s \end{aligned}$$

4.

Parallel flow + source + sink flow

$$w = iUz + m \ln \frac{z - a_2}{z - a_1}$$

$$a_1 = 0, \quad a_2 = 3 + 4i, \quad U = 4m/s, \quad m = \frac{Q}{2\pi} = \frac{27 \times 4}{2\pi} = \frac{54}{\pi}$$

$$w = i4z + \frac{54}{\pi} \ln \left(1 - \frac{3 + 4i}{z} \right)$$