

流体力学 III 試験問題

1978-6-27

by E. Yamazato

- 図に示すような $4a$ の長さの平板に α なる傾きをもち、かつ循環をもつ流れがある。(1) 流れの複素ポテンシャルを求めよ。(2) 平行流れ (w -平面) から平板に至る写像関係を示し、かつ流れをスケッチせよ。(3) 平板の後端に岐点ができるようにしたときの循環値を求めよ。
- (1) 二次元の渦流れにおいて、速度成分が $u = 4y$, $v = 2x$ なる流れは理論上存在しうるか。(2) その流れの流線を求めよ。(3) 直線 $y = 1$, $y = 3$, $x = 2$, $x = 5$ で区切られた長方形のまわりの循環値を求めよ。
- 図に示すような流線図より、この流れがどのような型の流れを組み合わせたものか説明せよ。また数値も含めた複素ポテンシャルを求めよ。

(解)

1.

$$w = U\left(z_1 + \frac{a^2}{z_1}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z_1, \quad z_2 = z_1 e^{i\alpha}, \quad z = z_2 + \frac{a^2}{z_2}$$

$$\frac{dw}{dz_1} \frac{dz_1}{dz_2} \frac{dz_2}{dz} = 0$$

$$\left(\frac{dw}{dz_1}\right)_A = U\left(1 - \frac{a^2}{z_1^2}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi z_1} = 0$$

$$\text{At point } A, \quad z = 2a, \quad z_2 = a + \frac{a^2}{a} = a, \quad z_1 = z_2 e^{-i\alpha} = a e^{-i\alpha}$$

$$\left(\frac{dw}{dz_1}\right)_A = U\left(1 - \frac{a^2}{a^2 e^{-2i\alpha}}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi a e^{-i\alpha}} = 0$$

$$U(1 - e^{2i\alpha}) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} e^{i\alpha} = 0$$

$$U(e^{-i\alpha} - e^{i\alpha}) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} = 0$$

$$U(\cos \alpha - i \sin \alpha - \cos \alpha - i \sin \alpha) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} = 0$$

$$\Gamma = -4\pi a U \sin \alpha \quad (\Gamma : \text{negative})$$

2.

$$(1) \quad \text{div} V = 0$$

$$(2) \quad \frac{dx}{4y} = \frac{dy}{2x}, \quad 2x dx - 4y dy = 0, \quad x^2 - 2y^2 = c$$

$$(3) \quad 4(5-2) + 10(3-1) - 12(5-1) - 4(1-3) = 12m^2/s$$

$$\Gamma = \int_2^5 \int_1^3 \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) dx dy$$

$$= - \int_1^3 6 dy = -(18-6) = -12m^2/s$$

3.

Parallel flow + source + sink flow

$$w = iUz + m \ln \frac{z - a_2}{z - a_1}$$

$$a_1 = 0, \quad a_2 = 3 + 4i, \quad U = 4m/s, \quad m = \frac{Q}{2\pi} = \frac{27 \times 4}{2\pi} = \frac{54}{\pi}$$
$$w = i4z + \frac{54}{\pi} \ln\left(1 - \frac{3 + 4i}{z}\right)$$