流体力学III試験問題

1967-7-22

by E. Yamazato

1. 図に示す二次元広がりダクト内を流量 $20cm^3/s$ の流体が流れている。ただし、$\rho = 2kgs^2/cm^4$ とする。
(1) もし、Potential flow とすればどういう型の流れか
(2)Potential flow の仮定の下で A 点の速度を求めよ。
(3)A 点における圧力勾配を求めよ
(4) 一次元流れの仮定で A 点の速度を求めよ。
2. 吹き出し流量が Q で、吹き出し点が原点にあり、さらに X 軸に平行な速度の流れがこれに加わった場合、この組み合わされた流れの岐点とそこを通る流線は $\psi = \frac{1}{2}Q$ で示されることを示せ。また、この流れからできる楕円物体（境界壁) の最大幅を求めよ。
3. 図に示すような $4a$ の長さの平板に α なる傾きをもち，かつ循環をもつ流れがある．(1) 流れの複素ポテンシャルを求めよ．(2) 平行流れ (w-平面) から平板に至る写像関係を示し，かつ流れをスケッチせよ．(3) 平板の後端に岐点がくるようにしたときの循環値をを求めよ．
(解）
1.

(1) $$\varphi = \ln r, \quad v_r = \frac{m'}{r}, \quad m' = \frac{Q'}{2\pi}$$
$$Q = \frac{60}{360}Q' = \frac{1}{6}Q', \quad Q' = 6Q = 6 \times 20 = 120cm^3/s, \quad m' = 19cm^3/s$$
$$(2)\ v_{rA} = \frac{m'}{r_A} = \frac{Q'}{2\pi r_A} = \frac{120}{(2\pi \times 20)} = 0.55cm/s$$
(3) $$v_r \frac{dv_r}{dr} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}, \quad \frac{dp}{dr} = -\rho v_r \left(\frac{dv_r}{dr}\right)_A = \frac{\rho m'^2}{r_A^3}$$
$$\left(\frac{dp}{dr}\right)_A = \frac{(1.204 \times 10^{-6} \times 19.1^2)}{34.6^3} = 0.01 \times 10^{-6}$$
(4) $$v_{rA} = \frac{Q}{A} = \frac{20}{40} = 0.5cm/s$$

2.

$$\varphi = Ur\cos\theta + m\ln r, \quad \psi = Ur\sin\theta + m\theta$$
$$\text{At stagnation points,} \quad U - \frac{m}{U} = 0, \quad r_s = \frac{m}{U}$$
$$\psi = U\frac{m}{U}\sin\pi + m\pi = \frac{Q}{2}, \quad \psi = Ur\sin\theta + m\theta = \frac{Q}{2}$$

3.

$$w = U(z_1 + \frac{a^2}{z_1}) - \frac{i\Gamma}{2\pi}\ln z_1, \quad z_2 = z_1 e^{i\alpha}, \quad z = z_2 + \frac{a^2}{z_2}$$
$$\frac{dw}{dz_1}\frac{dz_1}{dz_2}\frac{dz_2}{dz} = 0$$
$$\frac{dw}{dz_1})_A = U(1 - \frac{a^2}{z_1^2}) - \frac{i\Gamma}{2\pi z_1} = 0$$
$$At\ point\ A,\ z = 2a,\ z_2 = a + \frac{a^2}{a} = a, \quad z_1 = z_2 e^{-i\alpha} = ae^{-i\alpha}$$
$$\frac{dw}{dz_1})_A = U(1 - \frac{a^2}{a^2 e^{-2i\alpha}}) - \frac{i\Gamma}{2\pi a e^{-i\alpha}} = 0$$

$$U(1 - e^{2i\alpha}) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} e^{i\alpha} = 0$$

$$U(e^{-i\alpha} - e^{i\alpha}) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} = 0$$

$$U(\cos\alpha - i\sin\alpha - \cos\alpha - i\sin\alpha) - \frac{i\Gamma}{2\pi a} = 0$$

$$\Gamma = -4\pi a U \sin\alpha \ (\Gamma : \ negative)$$