# 流体力学III試験問題

1963-5-29

by E.  Yamazato

1. 吹き出しの強さ $m = Q/2\pi = 60cm^2/s$ の吹き出し点が $x = 2cm,\ y = 0$ 点にあり，それと同じ強度の吹き出し点が $x = -2cm,\ y = 0$ の点にあるとき，次の値を求めよ．(1) 岐点，(2) 流線と等ポテンシャル線を描け．(3) $x = 2cm,\ y = 3cm$ 点の合速度の大きさと方向を求めよ．(4) 無限遠点の圧力を $12kgfcm^2$ とすれば $x = 2cm,\ y = 3cm$ 点の圧力はいくらか．ただし流体の密度を $0.01kgs^2/cm^4$ とする．

2. 図に示す二次元広がりダクト内を流量 $20cm^3/s$ の流体が流れている。ただし、$\rho = 2kgs^2/cm^4$ とする。

(1) もし、Potential flow とすればどういう型の流れか

(2)Potential flow の仮定の下で A 点の速度を求めよ。

(3)A 点における圧力勾配を求めよ

(4) 一次元流れの仮定で A 点の速度を求めよ。

3. 半径 $a$ の円柱のまわりを平行流れが速度で左か右へ流れている．(1) $x$ 軸 $y$ 軸および円柱表面上の速度分布を $U$ で無次元化して示せ．(2) $x$ 軸上で $x = -a,\ x = -2a$ 点の圧力係数を求めよ．

4. 直径 1.2m の長いシリンダーが空気中におかれ、その軸心に垂直に速度 $20m/s$ の平行流があり、さらにシリンダーのまわりに $-40m^2/s$ の循環流がある。流れは理想流体として次の値を計算せよ。

(1)cylinder の最大速度

(2)Stagnation points

(3) 単位長さ当たりの cylinder に対する揚力

ただし、空気の比重量は $1.293kg/m^3$ とする。

（解）

1.

(1) $$\frac{m}{r_1} + \frac{m}{r_2} = 0, \quad \frac{m}{x-2} + \frac{m}{x+2} = 0, \quad x = 0$$

(3) $$v_{r1} = \frac{m}{\{(x-2)^2 + y^2\}^{1/2}}, \quad v_{r2} = \frac{m}{\{(x+2)^2 + y^2\}^{1/2}}$$

At point(2, 3),

$$v_{r1} = \frac{60}{3} = 20cm/s, \quad v_{r2} = \frac{60}{5} = 12cm/s$$

$$V^2 = v_{r1}^2 + v_{r2}^2 - 2v_{r1}v_{r2}\cos\theta$$

$$\cos\theta = \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha = -\frac{3}{5}$$

$$V^2 = 20^2 + 12^2 + 2 \times 20 \times 12 \times \frac{3}{5}, \quad V = 28.8cm/s$$

(4) $$p_\infty = 12kgf/cm^2,\ \rho = 0.01kgs^2/cm^4, \quad p_\infty = p + \frac{\rho}{2}V^2$$

At point(2, 3), $$p = 12 - \frac{0.01}{2} \times 28.8^2 = 7.84\ kgf/cm^2$$

2.

(1) $$\varphi = \ln r, \quad v_r = \frac{m'}{r}, \quad m' = \frac{Q'}{2\pi}$$

$$Q = \frac{60}{360}Q' = \frac{1}{6}Q', \quad Q' = 6Q = 6 \times 20 = 120cm^3/s, \quad m' = 19cm^3/s$$

(2) $$v_{rA} = \frac{m'}{r_A} = \frac{Q'}{2\pi r_A} = \frac{120}{(2\pi \times 20)} = 0.55cm/s$$

(3) $$v_r \frac{dv_r}{dr} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}, \quad \frac{dp}{dr} = -\rho v_r \left(\frac{dv_r}{dr}\right)_A = \frac{\rho m'^2}{r_A^3}$$

$$\left(\frac{dp}{dr}\right)_A = \frac{(1.204 \times 10^{-6} \times 19.1^2)}{34.6^3} = 0.01 \times 10^{-6}$$

(4) $$v_{rA} = \frac{Q}{A} = \frac{20}{40} = 0.5cm/s$$

3.

(1) $$\frac{dw}{dz} = U(1 - \frac{a}{z^2}) = U(1 - \frac{a}{r^2 e^2 i\theta})$$

$$On\ the\ x - axis,\ \theta = 0,\ \pi,\ e^{-2i\pi} = 1$$

$$U(1 - \frac{a^2}{x^2}) = u - iv, \quad v = 0, \quad \frac{u}{U} = (1 - \frac{a^2}{x^2})$$

$$r = y, \quad \theta = \pm\frac{\pi}{2}, \quad e^{-2i\theta} = -1$$

$$v = 0, \quad \frac{u}{U} = (1 + \frac{a^2}{y^2}, \quad \frac{v_\theta}{U} = 2\sin\theta$$

(2) $$C_p = \frac{p - p_\infty}{(1/2)\rho U^2} = 1 - (\frac{V}{U})^2$$

$$On\ the\ x - axis:\ V = u = U(1 - \frac{a^2}{x^2})$$

$$C_p = \{1 - (1 - \frac{a^2}{x^2})^2\}$$

$$x = -a:\ C_p = \{1 - (1 - \frac{a^2}{a^2})^2\} = 1$$

$$x = -2a:\ C_p = \{1 - (1 - \frac{a^2}{4a^2})^2\} = \frac{7}{16}$$

4.

$$U = 20m/s, \quad a = \frac{1.2^2}{2} = 0.6m, \quad \Gamma = -40m^2/s$$

$$\psi = U(r - \frac{a^2}{r})\sin\theta - \frac{\Gamma 2\pi}{l}nr$$

$$v_\theta = -\frac{\partial\psi}{\partial r} = -U(1 + \frac{a^2}{r^2})\sin\theta + \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

$$r = amax:\ v_\theta = -2 \times 20 + \frac{-40}{2\pi \times 0.6} = -50.6\ m/s$$

$$V = -2U\sin\theta + \frac{\Gamma}{2\pi a} = 0, \quad \sin\theta = 0.265$$

$$\theta = -15.4^o, \quad and\ 195.4^o$$

$$Y = -\rho U\Gamma = 105.6\ kgf/m$$