

# 流体力学 II 試験問題 (1)

by E. Yamazato

12-18-1997, 10:20~11:50

1. (25) 円管内の乱流に対して次の速度分布が成り立つことを示せ.

$$\frac{u_o - u}{u^*} = 2.5 \ln \frac{R}{y}$$

ただし,  $u_o$  は円管内の最大速度,  $u$  は任意の点の速度,  $R$  は円管の半径,  $u^*$  はせん断速度とする. またプラントルの混合距離理論は次の通りとする.

$$\tau = \rho \ell^2 \left( \frac{du}{dy} \right)^2, \quad \ell = \kappa y, \quad \kappa = 0.4$$

2. (25) 滑かな平板上に生じた層流境界層の速度分布が次式で示されるとき, 次の値を求めよ. (1) 係数  $a, b$ , (2)  $\delta^*$ . ただし  $U$  は境界層外の速度,  $\delta$  は境界層厚さとする.

$$\frac{u}{U} = a \left( \frac{y}{\delta} \right) + b \left( \frac{y}{\delta} \right)^3$$

3. (25) 内径 30mm のアスファルト塗り管内を水が流れている。管の粗さが 0.012cm で、長さが 300m についての圧力降下を 6mAq としたときの流量を求めよ。ただし水の動粘性係数は  $0.01 \text{cm}^2/\text{s}$  とする。(Moody diagram 使用可)

4. (25) 直径 0.1m の円管内の水の圧力勾配が  $2.59 \text{kPa/m}$  の場合について次の値を求めよ. (1) 円管壁におけるせん断応力, (2) 円管の中心より 25mm の位置におけるせん断応力, (3) せん断速度. ただし水の密度は  $10^3 \text{kg/m}^3$  とする.

5. (25) 直径 20cm の円管の流量を測定するために、ピトー管を用いて管中心と管壁から 5cm の点の速度を測定してそれぞれ 14.5m/s, 13.0m/s を得た。円管内の流量および摩擦係数  $\lambda$  を求めよ。ただし平均速度は  $v = u_o - 3.75u^*$  とする。

# 流体力学 II 試験問題 (1)

by E. Yamazato

12-18-1997, 10:20~11:50

1. (25) 円管内の乱流に対して次の速度分布が成り立つことを示せ.

$$\frac{u_o - u}{u^*} = 2.5 \ln \frac{R}{y}$$

ただし,  $u_m$  は円管内の最大速度,  $u$  は任意の点の速度,  $R$  は円管の半径,  $u^*$  はせん断速度とする. またプラントルの混合距離理論は次の通りとする.

$$\tau = \rho \ell^2 \left( \frac{du}{dy} \right)^2, \quad \ell = \kappa y, \quad \kappa = 0.4$$

(解)

$$\tau = \tau_w = \rho \kappa^2 \left( y \frac{du}{dy} \right)^2$$

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \kappa \left( y \frac{du}{dy} \right), \quad \text{i.e.} \quad du = \frac{u^*}{\kappa} \frac{dy}{y}$$

$$\text{Integrating} \quad u = \frac{u^*}{\kappa} \ln y + c$$

$$y = R : \quad u_o = \frac{u^*}{\kappa} \ln R + c$$

$$\frac{u_o - u}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \log \frac{R}{y}$$

$$\text{For } \kappa = 0.4, \quad \frac{u_o - u}{u^*} = 5.75 \log \frac{R}{y}$$

2. (25) 滑かな平板上に生じた層流境界層の速度分布が次式で示されるとき, 次の値を求めよ. (1) 係数  $a, b$ , (2)  $\delta^*$ ,  $\theta$ ,  $H$  (形状係数). ただし  $U$  は境界層外の速度,  $\delta$  は境界層厚さとする.

$$\frac{u}{U} = a \left( \frac{y}{\delta} \right) + b \left( \frac{y}{\delta} \right)^3$$

(解)

$$(1) u = U : \quad y = \delta, \quad 1 = a + b$$

$$\left. \frac{du}{dy} \right|_{y=\delta} = 0 : \quad y = \delta, \quad 0 = a + 3b$$

$$a = \frac{3}{2}, \quad b = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{u}{U} = \frac{3}{2} \eta - \frac{1}{2} \eta^3, \quad \frac{y}{\delta} = \eta, \quad dy = d\eta$$

$$(2) \delta^* = \int_0^\delta \left( 1 - \frac{u}{U} \right) dy = \delta \int_0^1 \left( 1 - \frac{3}{2} \eta + \frac{1}{2} \eta^3 \right) d\eta = \frac{3}{8} \delta$$

3. (25) 内径 30mm のアスファルト塗り管内を水が流れている。管の粗さが 0.012cm で、長さが 300m についての圧力降下を 6mAq としたときの流量を求めよ。ただし水の動粘性係数は  $0.01\text{cm}^2/\text{s}$  とする。(Moody diagram 使用可)

(解)

$$\frac{k}{d} = \frac{0.012}{3} = 0.004$$

Assume Perfect turbulent flow

$$\lambda_1 = 0.028(\text{from moody diagram})$$

$$6 = 0.028 \times \frac{300}{0.03} \frac{v_1^2}{2g}, \quad v_1 = 0.648\text{m/s}$$

$$Re_1 = \frac{0.648 \times 0.03}{0.01 \times 10^{-4}} = 1.94 \times 10^4, \quad \lambda_2 = 0.028 = \lambda_1$$

$$Q = \frac{\pi}{4} d^2 v_1 = \frac{\pi}{4} \times 0.03^2 \times 0.64 = 4.58\text{m}^3/\text{s} = 0.46\text{l/s}$$

4. (25) 直径 0.1m の円管内の水の圧力勾配が  $2.59\text{kPa/m}$  の場合について次の値を求めよ。(1) 円管壁におけるせん断応力, (2) 円管の中心より 25mm の位置におけるせん断応力, (3) せん断速度。ただし水の密度は  $10^3\text{kg/m}^3$  とする。

(解)

$$d = 0.1\text{m}, \quad \frac{dp}{dx} = 2.59\text{kPa/m}$$

$$(1) \tau_w \pi d = \frac{dp}{dx} \frac{\pi d^2}{4}, \quad \tau_w = \frac{d}{4} \frac{dp}{dx}$$

$$\tau_w = 2.59 \times 10^3 \times \frac{0.1}{4} = 64.75\text{Pa}$$

$$(2) \frac{\tau_w}{\tau} = \frac{R}{r}, \quad \tau = 0.5\tau_w = 32.37\text{Pa}$$

$$(3) v^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{64.75}{10^3}} = 0.25\text{m/s}$$

5. (25) 直径 20cm の円管の流量を測定するために、ピトー管を用いて管中心と管壁から 5cm の点の速度を測定してそれぞれ 14.5m/s, 13.0m/s を得た。円管内の流量および摩擦係数  $\lambda$  を求めよ。ただし平均速度は  $v = u_o - 3.75u^*$  とする。

(解)

$$y = 5\text{cm} : u = 13.0\text{m/s}$$

$$y = 10\text{cm} : u = 14.5\text{m/s}$$

$$\frac{u_o - u}{u^*} = 2.5 \ln \frac{R}{y}$$

$$\frac{14.5 - 13.0}{u^*} = 2.5 \ln \frac{R}{y}$$

$$\frac{1.5}{u^*} = 1.73, \quad u^* = 0.86\text{m/s}$$

$$v = u_o - 3.75u^* = 14.5 - 3.75 \times 0.86 = 11.3\text{m/s}$$

$$Q = \frac{\pi 0.20^2}{4} \times 11.3 = 0.35\text{m}^3/\text{s}$$

$$\lambda = 8 \left( \frac{u^*}{v} \right)^2 = 8 \left( \frac{0.86}{11.3} \right)^2 = 0.046$$