流体力学 II 試験問題 (1)

by E. Yamazato

1994-12-20, 12:45～14:25

1. (20) 円管内の乱流に対して次の速度分布が成り立つことを示せ. またその平均速度を求める式を示せ.

$$\frac{U-u}{u^*} = 5.75 log \frac{R}{y}$$

ただし, U は円管内の最大速度,u は任意の点の速度,R は円管の半径,u^* はせん断速度とする. またプラントルの混合距離理論は次の通りとする.

$$\tau = \rho \ell^2 (\frac{du}{dy})^2, \quad \ell = \kappa y, \quad \kappa = 0.4$$

2. (15) 滑かな平板上に生じた層流境界層の速度分布が次式で示されるときの境界条件を与えて係数 a,b,c を求めよ.

$$u = a + by + cy^2$$

3. (20) 滑かな平板上に生じた層流境界層の速度分布が次式で示されるとき, 次の値を求めよ.δ^*, θ, H(形状係数). ただし U は境界層外の速度,δ は境界層厚さとする.

$$\frac{u}{U} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}(\frac{y}{\delta})^3$$

4. (25) 直径 20cm, 長さ 80m の円管で 3.0mAq（水柱高さ）の圧力損失がある場合について次の値を計算せよ：①円管壁におけるせん断応力,②円管の中心より 3cm の位置におけるせん断応力,③摩擦速度,④摩擦係数を 0.03 としたときの円管内の平均速度.

5. (25) 内径 30mm のアスファルト塗り管内を水が流れている。管の粗さが 0.012cm で、長さが 300m についての圧力降下を 6mAq としたときの流量を求めよ. ただし水の動粘性係数は $0.01 cm^2/s$ とする.（Moody diagram 使用可）

（解）

1.

$$\tau = \tau_w = \rho \kappa^2 (y \frac{du}{dy})^2$$

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \kappa (y \frac{du}{dy}), \quad i.e. \;\; du = \frac{u^*}{\kappa}\frac{dy}{y}$$

$$Integrating \quad u = \frac{u^*}{\kappa}(lny + C)$$

$$y = R: \quad U = \frac{u^*}{\kappa}(lnR + C)$$

$$\frac{U-u}{u^*} = \frac{1}{\kappa}\log\frac{R}{y}$$

$$For \quad \kappa = 0.4, \quad \frac{U-u}{u^*} = 5.75 \log \frac{R}{y}$$

2.

$$y = 0 : u = 0, iea = 0$$
$$y = \delta : u = U = b\delta + c\delta^2, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 = b + 2c\delta$$
$$b = \frac{2U}{\delta}, \quad c = -\frac{1}{\delta^2}$$
$$\frac{u}{U} = 2\frac{y}{\delta} - (\frac{y}{\delta})^2$$

3.

$$(1)\frac{u}{U} = \frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3, \quad \frac{y}{\delta} = \eta, \quad dy = d\eta$$
$$(2)\delta^* = \int_0^\delta (1 - \frac{u}{U})dy = \delta\int_0^1 (1 - \frac{3}{2}\eta + \frac{1}{2}\eta^3)d\eta = \frac{3}{8}\delta = 0.37g\delta$$
$$\theta = \delta\int_0^1 (1 - \frac{3}{2}\eta + \frac{1}{2}\eta^3)(\frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3)d\eta = \frac{39}{280}\delta = 0.139\delta$$
$$H = \frac{\delta^*}{\theta} = \frac{3}{8}\delta / \frac{39}{280}\delta = 2.69$$

4.

$$d = 0.2m, \quad \frac{dp}{dx} = 0.36759kPa/m(h = 3.0m = \frac{dp}{\rho g}; \quad \frac{dp}{dx} = \frac{\rho g(3.0)}{80})$$
$$(1)\tau_w \pi d = \frac{dp}{dx}\frac{\pi d^2}{4}, \quad \tau_w = \frac{d}{4}\frac{dp}{dx}$$
$$\tau_w = 0.3675 \times 10^3 \times \frac{0.2}{4} = 18.37Pa$$
$$(2)\ \frac{\tau_w}{\tau} = \frac{R}{r}, \quad \tau = 18.37 \times \frac{3}{10} = 5.51Pa$$
$$(3)\ v^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{18.37}{10^3}} = 0.136m/s$$
$$(4)\ h = \lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}; \quad v = \sqrt{\frac{2g \times 0.2 \times 3.0}{0.03 \times 80}} = 2.2m/s$$

5.

$$\frac{k}{d} = \frac{0.012}{3} = 0.004$$

Assume Perfect turbulent flow

$\lambda_1 = 0.028$(from moody diagram)

$$6 = 0.028 \times \frac{300}{0.03}\frac{v_1^2}{2g}, \quad v_1 = 0.648m/s$$
$$Re_1 = \frac{0.648 \times 0.03}{0.01 \times 10^{-4}} = 1.94 \times 10^4, \quad \lambda_2 = 0.028 = \lambda_1$$
$$Q = \frac{\pi}{4}d^2 v_1 = \frac{\pi}{4} \times 0.03^2 \times 0.64 = 4.58m^3/s = 0.46l/s$$