流体力学 II 試験問題 (1)

1990-12-18, 13:10∼14:50

by E. Yamazato

1. (25) 直径 0.1m の円管内の水の圧力勾配が 2.59kPa/m の場合について次の値を求めよ.(1) 円管壁におけるせん断応力, (2) 円管の中心より 25mm の位置におけるせん断応力, (3) せん断速度. ただし水の密度は $10^3 kg/m^3$ とする.

2. (20) 直径 24cm の円管の水の流量を測定するために、ピトー管を用いて管中心と管壁から 5cm の点の速度を測定してそれぞれ 15.0m/s, 13.5m/s を得た。円管内の流量および摩擦係数 λ を求めよ。ただし平均速度は $V = u_o - 3.75u^*, \tau_w = 1/8\lambda\rho V^2$ とする。また、水の密度は $10^3 kg/m^3$ とする.

3. (20) 図に示す単位幅のせきを超えて流れる流量 Q を表す式を求めよ．ただし図に示す物理量のほか，関連するものは重力の加速度 g のみとする．

4. (20) 滑かな平板上に生じた層流境界層の速度分布が次式で示されるとき, 次の値を求めよ.(1) 係数 a, b, (2)δ^*, θ, H(形状係数). ただし U は境界層外の速度,δ は境界層厚さとする.

$$\frac{u}{U} = a(\frac{y}{\delta}) + b(\frac{y}{\delta})^3$$

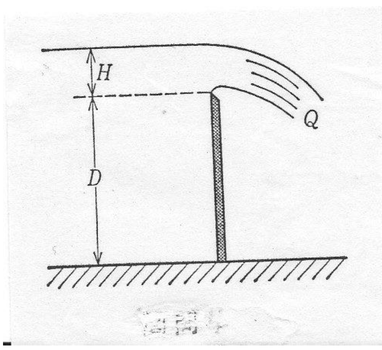

図 1

（解）

1.

(1) $\tau_w \pi d dx = dpA$

$\tau_w \pi d = \frac{dp}{dx}\frac{\pi d^2}{4}, \quad \tau_w = \frac{d}{4}\frac{dp}{dx}$

$\tau_w = \frac{0.25}{4} \times \frac{3.5 \times 10^3 g}{85} = 25.1 Pa (2.57 \times 10^{-4} kgf/cm^2)$

(2) $\frac{\tau_w}{\tau} = \frac{r_o}{r}, \quad \tau = 25.1 \times \frac{3}{12.5} = 6.04 Pa$

(3) $v^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{25.1}{10^3}} = 0.158 m/s$

(4) $h = \lambda \frac{L}{d}\frac{v^2}{2g}, \quad v = \sqrt{2g \times 3.5 \times 0.25/(0.03 \times 85)} = 2.6 m/s$

2.

$y = 5cm : u = 13.5 m/s$

$y = 12cm : u = 15.0 m/s$

$\frac{u_o - u}{u^*} = 2.5 \ln \frac{R}{y}$

$\frac{15.0 - 13.5}{u^*} = 2.5 \ln \frac{12}{5}$

$\frac{1.5}{u^*} = 2.18, \quad u^* = 0.68 m/s$

$V = u_o - 3.75 u^* = 15.0 - 3.75 \times 0.68 = 12.45 m/s$

$Q = \frac{\pi 0.12^2}{4} \times 12.45 = 0.14 m^3/s$

$\lambda = 8(\frac{u^*}{V})^2 = 8(\frac{0.68}{12.45})^2 = 0.024$

3.

$Q, \ H, \ D, \ g$

$n = 4, \ i = 2, \ m = n - i = 2 \ (n, \ d, \ \rho - primary \ variables)$

$\pi_1 = Q^\alpha H^\beta g^\gamma = L^{2\alpha} T^{-\alpha} L^\beta L^\gamma T^{-2\gamma}$

$L: \ 2\alpha + \beta + \gamma = 0, \quad T: \ -\alpha - 2\gamma = 0$

$\alpha = 1(take), \quad \beta = -\frac{3}{2}, \quad \gamma = -\frac{1}{2}$

$\pi_1 = \frac{Q}{\sqrt{gH^3}}$

$\pi_2 = Q^\alpha H^\beta D^\gamma = L^{2\alpha} T^{-\alpha} L^\beta L^\gamma$

$L: \ 2\alpha + \beta + \gamma = 0, \quad T: \ -\alpha = 0$

$\beta = -\gamma, \quad \pi_2 = (\frac{H}{D})^\beta$

$\pi_1 = \varphi(\pi_2) = \varphi(\frac{H}{D}), \quad Q = \varphi(\frac{H}{D})\sqrt{gH^3}$

4.

$y = 0 : u = 0, ie, a = 0$

$$y=\delta: u=U=b\delta+c\delta^2, \quad \frac{\partial u}{\partial y}=0=b+2c\delta$$

$$b=\frac{2U}{\delta}, \quad c=-\frac{1}{\delta^2}$$

$$\frac{u}{U}=2\frac{y}{\delta}-(\frac{y}{\delta})^2$$

$$(1)\ \delta^*=\int_0^\delta(1-\frac{u}{U})dy=\int_0^\delta(1-\frac{2y}{\delta}+\frac{y^2}{\delta^2})dy=\frac{\delta}{3}, \quad \frac{\delta^*}{\delta}=\frac{1}{3}$$

$$\theta=\int_0^\delta\frac{u}{U}(1-\frac{u}{U})dy=\delta\int_0^1(2\eta-\eta^2)-(2\eta-\eta^2)^2d\eta$$

$$=\delta\int_0^1(2\eta-5\eta^2+4\eta^3-\eta^4)=\delta(1-\frac{5}{3}+1-\frac{1}{5})=\frac{2}{15}\delta, \quad \frac{\theta}{\delta}=\frac{2}{15}$$

$$H=\frac{\delta^*}{\theta}=\frac{1}{3}\times\frac{15}{2}=2.5$$