

流体力学 II 試験問題 (1)

1999-12-17, 18:00~19:30

by E. Yamazato

1. (25) 円管内の乱流に対して次の速度分布が成り立つことを示せ.

$$\frac{u_o - u}{u^*} = 2.5 \ln \frac{R}{y}$$

ただし, u_o は円管内の最大速度, u は任意の点の速度, R は円管の半径, u^* はせん断速度とする. またプラントルの混合距離理論は次の通りとする.

$$\tau = \rho \ell^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2, \quad \ell = \kappa y, \quad \kappa = 0.4$$

2. (25) 内径 300mm の鋳鉄管内を水が流れている. 管の粗さが 0.26mm で, 長さが 240m についての圧力降下を 7.8mAq (水中高さ) としたときの流量を求めよ. ただし水の動粘性係数は $1.004 \text{mm}^2/\text{s}$ とする. (Moody diagram 使用可)

3. (25) 直径 25 cm, 長さ 85 m の円管で 3.5 mAq の圧力損失がある場合について次の値を計算せよ: (1) 円管壁におけるせん断応力, (2) 円管の中心より 3 cm の位置におけるせん断応力, (3) 摩擦速度, (4) 摩擦係数を 0.03 としたときの円管内の平均速度. ただし水の密度は $10^3 \text{kg}/\text{m}^3$ とする.

4. (25) 直径 24cm の円管の流量を測定するために, ピトー管を用いて管中心と管壁から 5cm の点の速度を測定してそれぞれ 15.0m/s, 13.5m/s を得た. 円管内の流量および摩擦係数 λ を求めよ. ただし平均速度は $V = u_o - 3.75u^*$, $\tau_w = 1/8\lambda\rho V^2$ とする.

(解)

- 1.

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_w = \rho \kappa^2 \left(y \frac{du}{dy} \right)^2 \\ u^* &= \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \kappa \left(y \frac{du}{dy} \right), \quad \text{i.e.} \quad du = \frac{u^*}{\kappa} \frac{dy}{y} \\ \text{Integrating} \quad u &= \frac{u^*}{\kappa} \ln y + c \\ y = R: \quad u_o &= \frac{u^*}{\kappa} \ln R + c \\ \frac{u_o - u}{u^*} &= \frac{1}{\kappa} \log \frac{R}{y} \\ \text{For } \kappa = 0.4, \quad \frac{u_o - u}{u^*} &= 2.5 \log \frac{R}{y} \end{aligned}$$

- 2.

$$\begin{aligned} \frac{k}{d} &= \frac{0.2}{300} = 0.00086 \\ \text{Assume Perfect turbulent flow} \\ \lambda_1 &= 0.0195 \text{ (from moody diagram)} \\ 7.8 &= 0.0195 \times \frac{240}{0.3} \frac{v_1^2}{2g}, \quad v_1 = 3.14 \text{ m/s} \\ Re_1 &= \frac{3.14 \times 0.3}{1.004 \times 10^{-6}} = 9.39 \times 10^5, \quad \lambda_2 = 0.0195 = \lambda_1 \\ Q &= \frac{\pi}{4} d^2 v_1 = \frac{\pi}{4} \times 0.3^2 \times 3.14 = 0.22 \text{ m}^3/\text{s} = 220 \text{ l/s} \end{aligned}$$

3.

$$(1) \tau_w \pi d dx = dp A$$

$$\tau_w \pi d = \frac{dp}{dx} \frac{\pi d^2}{4}, \quad \tau_w = \frac{d}{4} \frac{dp}{dx}$$

$$\tau_w = \frac{0.25}{4} \times \frac{3.5 \times 10^3 g}{85} = 25.1 Pa (2.57 \times 10^{-4} kgf/cm^2)$$

$$(2) \frac{\tau_w}{\tau} = \frac{r_o}{r}, \quad \tau = 25.1 \times \frac{3}{12.5} = 6.04 Pa$$

$$(3) v^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{25.1}{10^3}} = 0.158 m/s$$

$$(4) h = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad v = \sqrt{2g \times 3.5 \times 0.25 / (0.03 \times 85)} = 2.6 m/s$$

4.

$$y = 5 cm : u = 13.5 m/s$$

$$y = 12 cm : u = 15.0 m/s$$

$$\frac{u_o - u}{u^*} = 2.5 \ln \frac{R}{y}$$

$$\frac{15.0 - 13.5}{u^*} = 2.5 \ln \frac{12}{5}$$

$$\frac{1.5}{u^*} = 2.18, \quad u^* = 0.68 m/s$$

$$V = u_o - 3.75 u^* = 15.0 - 3.75 \times 0.68 = 12.45 m/s$$

$$Q = \frac{\pi 0.12^2}{4} \times 12.45 = 0.14 m^3/s$$

$$\lambda = 8 \left(\frac{u^*}{V} \right)^2 = 8 \left(\frac{0.68}{12.45} \right)^2 = 0.024$$