流体力学 I 試験問題 (2)

1995-9-19, 14:40∼16:10

by E. Yamazato

1. (25) 図 1 に示す円管内の速度分布が次式で示される場合の断面 (2) と (1) における運動量の比を求めよ. また, 円管壁面に及ぼす水平方向の力を求めよ. ただし, r は管中心からの距離, R は管の半径, u_1 は入口の一様速度, U は管中心における流速とする.

$$u = U\{1 - (\frac{r}{R})^2\}$$

2. (25) 図 2 に示すように, 水が流れている管路の断面 (1) と (2) が示差マノメータに接続されている. マノメータの水銀面の高さの差が 30cm の場合, 管内の流量を求めよ. また断面 (1),(2) の鉛直距離が 91.5cm で, 断面 (2) の圧力が 7kPa（ゲージ）であれば, 断面 (1) の圧力はいくらになるか. ただし, 摩擦などの損失は無視する.

3. (25) 図 3 に示すように鉛直に設置された曲がり角度 135 度の狭まり曲がり円管内を流量 $0.4m^3/s$ の水が流れている. いま曲がり円管内の断面 (1),(2) 間の容積を $0.2m^3$, 曲がり管の質量を 12kg としたときの曲がり管内の流れに及ぼす x および z 方向の分力を求めよ.

4. (25) 円管内の層流の速度分布が次式のように示される。

$$v = \frac{R^2}{4\mu}(-\frac{dp}{dx})[1 - (\frac{r}{R})^2]$$

(1) 流量および平均速度を求めよ.(2) 管長 l 間の圧力損失が次式で表されることを示せ.

$$h_l = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{32\mu l v_a}{\rho g d^2}$$

ただし、v_a は平均速度,Δp は管長 l 間の圧力降下とする.

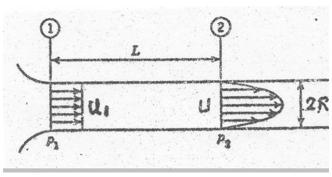
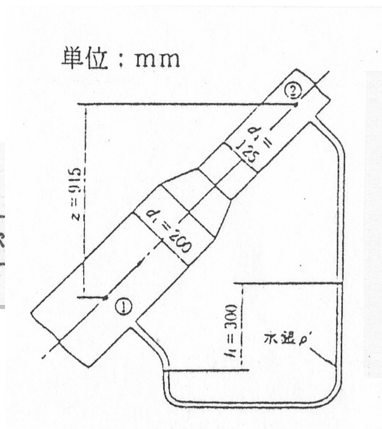


図 1



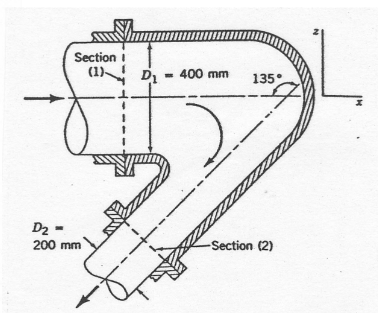


図 3

図 2

（解）

1.

$$M_1 = \rho\pi R^2 u_1^2$$
$$\pi R^2 u_1 = \int_0^R u 2\pi r dr$$
$$= \int_0^R U \left\{1 - \frac{r^2}{R^2}\right\} 2\pi r dr = U\frac{\pi R^2}{2}, \quad U = 2u_1$$
$$M_2 = \int_0^R \rho \left\{2u_1(1 - \frac{r^2}{R^2})\right\}^2 2\pi r dr$$
$$= 8\rho\pi R^2 u_1^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3}\rho\pi R^2 u_1^2$$
$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{4}{3}$$
$$(p_1 A - p_2 A) = M_2 - M_1 + D_f$$
$$D_f = (p_1 - p_2)\pi R^2 - \frac{1}{3}\rho\pi R^2 u_1^2$$

2.

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + z_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + z_2$$
$$p_1 - p_2 = (v_2^2 - v_1^2)\frac{\rho}{2} + \rho g z, \quad v_1 = (\frac{d_2}{d_1})v_2$$
$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2}v_2^2[1 - (\frac{d_2}{d_1})^4] + \rho g z, \quad z = z_2 - z_1$$
$$p_1 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g(z_2 - z) + \rho' g z$$
$$\Delta p = p_1 - p_2 = gh(\rho' - \rho) + \rho g z$$
$$\frac{\rho}{2}v_2^2[1 - (\frac{d_2}{d_1})^4] = gh(\rho' - \rho)$$
$$v_2 = \sqrt{\frac{2gh(\rho'/\rho - 1)}{1 - (d_2/d_1)^4}} = \sqrt{\frac{2g \times 0.3(13.6 - 1)}{1 - (0.125/0.2)^4}} = 9.35m/s, \quad v_1 = 3.65m/s$$
$$Q = \frac{\pi}{4}d_2^2 \times v_2 = \frac{\pi}{4} \times 0.125^2 \times 9.35 = 0.115m^3/s = 6.9m^3/min$$
$$p_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}v_2^2[1 - (\frac{d_2}{d_1})] + \rho g z$$
$$= 7000 + \frac{10^3}{2} \times 9.35^2[1 - (\frac{0.125}{0.200})^4] + 10^3 g \times 0.915$$
$$= (7 + 37.04 + 8.96) \times 10^3 = 53.0kPa$$

3.

$$P_x = \rho Q(v_1 - v_2\cos\theta)$$
$$P_z = \rho Q(0 - v_2\sin\theta) - (M + \rho V)g$$
$$v_1 = \frac{0.4}{\pi - 0.4^2/4} = 3.18m/s, \quad v_2 = \frac{0.2}{\pi - 0.2^2/4} = 12.73m/s$$
$$P_x = 10^3 \times 0.4[3.18 - 12.73\cos(-135)] = 10^3 \times 0.4(3.18 + 8.98) = 4.87kN$$
$$P_z = 10^3 \times 0.4 \times 8.98 - (12 + 10^3 \times 0.2)g = 10^3(3.59 - 2.08) = 1.51kN$$

4.

$$(1)Q = \int_0^R v2\pi r dr = \frac{\pi R^4}{8\mu}(-\frac{dp}{dx})$$

$$v_a = \frac{R^2}{8\mu}(-\frac{dp}{dx})$$

$$(2)-\frac{dp}{dx} = \frac{\Delta p}{l}$$

$$h_l = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{8\mu l \pi R^2 v_a}{\rho g \pi R^4} = \frac{32\mu l v_a}{\rho g d^2}$$