流体力学 II 試験問題 (1)

1993-12-21, 12:45～14:25

by E. Yamazato

1. (20) 円管内の乱流に対して次の速度分布が成り立つことを示せ.

$$\frac{u_m - u}{u^*} = 5.75 log \frac{R}{y}$$

ただし,u_m は円管内の最大速度,u は任意の点の速度,R は円管の半径,u^* はせん断速度とする.またプラントルの混合距離理論は次の通りとする.

$$\tau = \rho \ell^2 (\frac{du}{dy})^2, \quad \ell = \kappa y, \quad \kappa = 0.4$$

2. (20) 滑かな平板上に生じた層流境界層の速度分布が次式で示されるとき, 次の値を求めよ.(1) 係数 a, b, (2)δ^*, θ, H(形状係数). ただし U は境界層外の速度,δ は境界層厚さとする.

$$\frac{u}{U} = a(\frac{y}{\delta}) + b(\frac{y}{\delta})^3$$

3. (20) 図に示すようなせきを流れる単位幅当たりの流量を次元解析で求めよ. ただしこの場合重力が支配的なので粘性係数は無視できるものとする.
4. (20) 直径 0.1m の円管内の水の圧力勾配が 2.59kPa/m の場合について次の値を求めよ.(1) 円管壁におけるせん断応力, (2) 円管の中心より 25mm の位置におけるせん断応力, (3) せん断速度. ただし水の密度は $10^3 kg/m^3$ とする.
5. (20) 実物の飛行機の 1/20 の大きさを有する模型がある. これを風洞に入れて実物の飛行機の速度と同速で実験するためには, 風洞内の空気の圧力を幾らにすればよいた. ただし風洞内の空気の温度とその粘性係数とは実物の場合と変わらないものとする.

（解）

1.

$$\tau = \tau_w = \rho \kappa^2 (y \frac{du}{dy})^2$$

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \kappa (y \frac{du}{dy}), \quad i.e. \ \ du = \frac{u^*}{\kappa} \frac{dy}{y}$$

$$Integrating \quad u = \frac{u^*}{\kappa} (ln y + C)$$

$$y = R: \quad u_m = \frac{u^*}{\kappa} (ln R + C)$$

$$\frac{u_m - u}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \log \frac{R}{y}$$

$$For \quad \kappa = 0.4, \quad \frac{u_m - u}{u^*} = 5.75 \log \frac{R}{y}$$

2.

$$(1) u = U: \quad y = \delta, \quad 1 = a + b$$

$$\frac{du}{dy})_{y=\delta} = 0 : y = \delta, \quad 0 = a + 3b$$

$$a = \frac{3}{2}, \quad b = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{u}{U} = \frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3, \quad \frac{y}{\delta} = \eta, \quad dy = d\eta$$

$$(2)\delta^* = \int_0^\delta (1-\frac{u}{U})dy = \delta\int_0^1 (1-\frac{3}{2}\eta+\frac{1}{2}\eta^3)d\eta = \frac{3}{8}\delta$$
$$\frac{\delta^*}{x} = \frac{1.74}{\sqrt{R_{ex}}}$$
$$\theta = \delta\int_0^1 (1-\frac{3}{2}\eta+\frac{1}{2}\eta^3)(\frac{3}{2}\eta-\frac{1}{2}\eta^3)d\eta = \frac{39}{280}\delta$$
$$H = \frac{\delta^*}{\theta}$$
$$\tau_w = \mu(\frac{du}{dy})_{y=0} = \frac{3}{2}\frac{\mu U}{\delta}$$

3.

$$Q,\ H,\ D,\ g$$
$$n=4,\ i=2,\ m=n-i=2\ (n,\ d,\ \rho - primary\ variables)$$
$$\pi_1 = Q^\alpha H^\beta g^\gamma = L^{2\alpha}T^{-\alpha}L^\beta L^\gamma T^{-2\gamma}$$
$$L:\ 2\alpha+\beta+\gamma=0,\quad T:\ -\alpha-2\gamma=0$$
$$\alpha=1(take),\quad \beta=-\frac{3}{2},\quad \gamma=-\frac{1}{2}$$
$$\pi_1 = \frac{Q}{\sqrt{gH^3}}$$
$$\pi_2 = Q^\alpha H^\beta D^\gamma = L^{2\alpha}T^{-\alpha}L^\beta L^\gamma$$
$$L:\ 2\alpha+\beta+\gamma=0,\quad T:\ -\alpha=0$$
$$\beta=-\gamma,\quad \pi_2 = (\frac{H}{D})^\beta$$
$$\pi_1 = \varphi(\pi_2) = \varphi(\frac{H}{D}),\quad Q = \varphi(\frac{H}{D})\sqrt{gH^3}$$

4.

$$d=0.1m,\quad \frac{dp}{dx} = 2.59kPa/m$$
$$(1)\tau_w\pi d = \frac{dp}{dx}\frac{\pi d^2}{4},\quad \tau_w = \frac{d}{4}\frac{dp}{dx}$$
$$\tau_w = 2.59\times10^3\times\frac{0.1}{4} = 64.75Pa$$
$$(2)\ \frac{\tau_w}{tau} = \frac{R}{r},\quad \tau = 0.5\tau_w = 32.37Pa$$
$$(3)\ v^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{64.75}{10^3}} = 0.25m/s$$

5.

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{\rho' V' L'}{\mu'}$$
$$L=20L',\quad V=V',\quad \rho'=20\rho$$
$$For\ \ T=cont.,\quad \frac{p}{\rho} = \frac{p'}{\rho'},\quad p'=20p$$

1. (25) 次の速度分布に対する排除厚さ，運動量厚さおよび形状係数を求めよ．

$$(1)\ \frac{u}{U}=2\frac{y}{\delta}-\frac{y^2}{\delta^2},\quad (2)\ \frac{u}{U}=(\frac{y}{\delta})^{1/7}$$

（解）

$$(1)\ \delta^*=\int_0^\delta(1-\frac{u}{U})dy=\int_0^\delta(1-\frac{2y}{\delta}+\frac{y^2}{\delta^2})dy=\frac{\delta}{3},\quad \frac{\delta^*}{\delta}=\frac{1}{3}$$

$$\theta=\int_0^\delta\frac{u}{U}(1-\frac{u}{U})dy=\delta\int_0^1(2\eta-\eta^2)-(2\eta-\eta^2)^2d\eta$$

$$=\delta\int_0^1(2\eta-5\eta^2+4\eta^3-\eta^4)=\delta(1-\frac{5}{3}+1-\frac{1}{5})=\frac{2}{15}\delta,\quad \frac{\theta}{\delta}=\frac{2}{15}$$

$$H=\frac{\delta^*}{\theta}=\frac{1}{3}\times\frac{15}{2}=2.5$$

$$(2)\ \delta^*=\int_0^1[1-(\frac{y}{\delta})^{1/7}]dy=\frac{\delta}{8},\quad \frac{\delta^*}{\delta}=\frac{1}{8}$$

$$\theta=\delta\int_0^1(\eta^{1/7}-\eta^{2/7})=\delta(\frac{7}{8}-\frac{7}{9})\frac{7}{72}\delta,\quad \frac{\theta}{\delta}=\frac{7}{72}$$

$$H=\frac{\delta^*}{\theta}=\frac{1}{8}\times\frac{72}{7}=1.286$$

3. (20) 図に示す単位幅のせきを超えて流れる流量 Q を表す式を求めよ．ただし図に示す物理量のほか，関連するものは重力の加速度 g のみとする．

（解）

$$Q,\ H,\ D,\ g$$

$$n=4,\ i=2,\ m=n-i=2\ (n,\ d,\ \rho-primary\ variables)$$

$$\pi_1=Q^{\alpha}H^{\beta}g^{\gamma}=L^{2\alpha}T^{-\alpha}L^{\beta}L^{\gamma}T^{-2\gamma}$$

$$L:\ 2\alpha+\beta+\gamma=0,\quad T:\ -\alpha-2\gamma=0$$

$$\alpha=1(take),\quad \beta=-\frac{3}{2},\quad \gamma=-\frac{1}{2}$$

$$\pi_1=\frac{Q}{\sqrt{gH^3}}$$

$$\pi_2=Q^{\alpha}H^{\beta}D^{\gamma}=L^{2\alpha}T^{-\alpha}L^{\beta}L^{\gamma}$$

$$L:\ 2\alpha+\beta+\gamma=0,\quad T:\ -\alpha=0$$

$$\beta=-\gamma,\quad \pi_2=(\frac{H}{D})^{\beta}$$

$$\pi_1=\varphi(\pi_2)=\varphi(\frac{H}{D}),\quad Q=\varphi(\frac{H}{D})\sqrt{gH^3}$$

3. (25) 同じ断面積，同じ長さを持つ円管と正三角形断面の管を流れる乱流において，管摩擦損失水頭が等しければ流量比は幾らにらるか．だだし，両管の管摩擦係数は等しいものとする．

（解）

$$h_1 = \lambda \frac{l}{d}\frac{v_1^2}{2g}, \quad h_2 = \lambda \frac{l}{4m}\frac{v_2^2}{2g},$$

$$m = \frac{\sqrt{3}}{12}a, \quad 4m = \frac{\sqrt{3}}{3}a, \quad \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$\frac{a}{d} = (\frac{\pi}{\sqrt{3}})^{1/2}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Av_2}{Av_1} = (\frac{4m}{d})^{1/2} = (\frac{a}{\sqrt{3}d})^{1/2} = [\frac{1}{\sqrt{3}d}(\frac{\pi}{\sqrt{3}})^{1/2}]^{1/2} = 0.882$$

4. (25) 直径 25 cm, 長さ 85 m の円管で 3.5 mAq の圧力損失がある場合について次の値を計算せよ : (1) 円管壁におけるせん断応力, (2) 円管の中心より 3 cm の位置におけるせん断応力, (3) 摩擦速度, (4) 摩擦係数を 0.03 としたときの円管内の平均速度.

(解)

$$
\begin{aligned}
&(1)\ \tau_w \pi d dx = dpA \\
&\tau_w \pi d = \frac{dp}{dx}\frac{\pi d^2}{4}, \quad \tau_w = \frac{d}{4}\frac{dp}{dx} \\
&\tau_w = \frac{0.25}{4} \times \frac{3.5 \times 10^3 g}{85} = 25.1Pa(2.57 \times 10^{-4} kgf/cm^2) \\
&(2)\ \frac{\tau_w}{tau} = \frac{r_o}{r}, \quad \tau = 25.1 \times \frac{3}{12.5} = 6.04Pa \\
&(3)\ v^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{25.1}{10^3}} = 0.158m/s \\
&(4)\ h = \lambda \frac{L}{d}\frac{v^2}{2g}, \quad v = \sqrt{2g \times 3.5 \times 0.25/(0.03 \times 85)} = 2.6m/s
\end{aligned}
$$