B-1. 図において，長方形及び三角形にはたらく全圧と圧力の中心を求めよ．(中村, 機械流体工学, p27)

（解）

$$
\begin{aligned}
&(1)\ \overline{z} = 1.2 + 1.0 = 2.2m \\
&P = \rho g \overline{z} A = 10^3 g(2.2)(2.0 \times 1) = 43.2kPa \\
&I_g = \frac{1 \times 2^3}{12} = 0.66 \\
&z_c = y_c = \frac{Ig}{\overline{y}A} + \overline{y} = \frac{0.66}{2.2 \times (2.0 \times 1)} + 2.2 = 2.35m \\
&(2)\overline{y} = \frac{1}{\sin 45^o} + \frac{2}{3} \times 2 = 1.414 + \frac{4}{3} = 2.75m \\
&\overline{z} = \frac{\overline{y}}{\sin 45^o} = 1.94m, \quad A = \frac{1.2 \times 2}{2} = 1.2m^3, \quad I_g = \frac{1.2 \times 2.0^3}{36} = 0.27 \\
&P = \rho g \overline{z} A = 10^3 g(1.94)(1.2) = 22.8kPa \\
&y_c = \frac{I_g}{\overline{y}A} + \overline{y} = \frac{0.27}{2.75(1.2)} + 2.75 = 2.83m, \quad z_c = \frac{2.83}{\sin 45^o}
\end{aligned}
$$

B-2. 図において，扉 AB は幅が $1m$ で，点 A に蝶番で設置されている．圧力計 G の読みが $-15kPa$ で，右側の容器内には比重 0.8 の油が入っている．扉 AB を平衡に保つには点 B にどれだけの力を加えればよいか．(中村, 機械流体工学, p27)

（解）

$$
\begin{aligned}
&h = -\frac{p}{\rho g} = -\frac{15 \times 10^3}{10^3 g} = -1.53m, \quad 5.5 - 1.53 = 3.97m(0 - gage) \\
&\overline{z} = (3.97 - 1.8) + \frac{1.8}{2} = 3.07m \\
&P_w = \rho g \overline{z} A = 10^3 g(3.07)(1.8 \times 1.0) = 54.2kPa \\
&z_c = \frac{I_g}{\overline{z}A} + \overline{z} = \frac{1.0 \times (1.8^3/12)}{3.07(1.8 \times 1.0)} + 3.07 = 3.15 \\
&P_o = \rho g \overline{z} A = 0.8 \times 10^3 g(\frac{1.8}{2})(1.8 \times 1.0) = 12.7kPa \\
&z_c = \frac{1.0 \times (1.8^3/12)}{0.9(1.8 \times 1.0)} + 0.9 = 1.2m \\
&(3.15 - 2.17)P_w = 1.2P_o + 1.8F, \quad F = 21.0kN\ to\ the\ left.
\end{aligned}
$$

B-3. 図に示すように, 直径 $2m$ の扉が重心下 $0.1m$ のところにある水平ピボットのまわりに回転できるものとする. ピボット C のまわりに不平衡力に基づく時計方向のモーメントを生じさせないためには、水面の上昇位置 h をいくらにすればよいか (中村, 機械流体工学, p27)

（解）

$$
\begin{aligned}
&\eta = \frac{Ig}{\overline{y}A} + \overline{y} = \frac{\pi d^3/64}{(h+1)(\pi d^2/4)} + (h+1) \\
&\eta - (h+1) = \frac{(\pi \times 2^4/64)}{(h+1)(\pi \times 2^2/4)} = 0.12, \quad h = 1.08m
\end{aligned}
$$

B-4. 半径 $4m$，長さ $5m$ の扇形ゲートで水平水路の水の流れを制御する．ゲート AB に及ぼす全圧力およびその方向を求めよ．(生井, 演習水力学, p50)

（解）

$$P_H = 10^3 g(2+4sin30^o)(4\sin 30^o) = 294kN$$

$$P_V = 10^3 g \times 5\{2(4+4\cos 30^o)+\pi 4^2 \times \frac{30}{360} - 2\times 4\cos 30^o \times \frac{1}{2}\}$$

$$= 88.0kN, \quad P = \sqrt{P_H^2 + P_V^2} = \sqrt{294^2+88.0^2} = 307kN$$

$$\tan\alpha = \frac{88.0}{294} = 0.2993, \quad \alpha = 16^o 40'$$

B-5. 図のように，半径 $3.0m$, 長さ $2.0m$, 重さ $29.5kN$ の円筒でタンク内の液体が分けられている．円筒の右側が比重 0.85 の油で，左側が水の場合，この円筒に作用する水平力および鉛直力を求めよ．

（解）

$$P_{Hw} = \rho g y_g A = 10^3 g(0.75)(1.5\times 2.0) = 22.1kN$$
$$P_{Ho} = \rho g Y_g A = 10^3 \times 0.85g(1.5)(3.0\times 2.0) = 75.1kN$$
$$P_{Hnet} = P_{Hw} - P_{Ho} = 75.1 - 22.1 = 53.0kN$$
$$P_{Vw} = \rho g(area\ CDB) = \rho g\{\pi \times 3.0^2(\frac{60}{360}) - \frac{1}{2}(1.5\times 2.598)\}\times 2 = 54.22kN$$
$$P_{Vo} = \rho g(area\ AOB) = 10^3 \times 0.85g\{\pi\times 3.0^2(\frac{1}{4})\}\times 2 = 117.8kN$$
$$P_{Vnet} = 54.22 + 117.8 - 29.5 = 142.5kN$$

B-6. 図のように $x^2 = 6-2y$ で表される曲線壁に作用する単位幅当りの水平，垂直分力およびそれらの作用点を求めよ．(生井, 演習水力学, p50)

（解）

$$P_H = 10^3 g(\frac{3}{2}\times 3\times 1) = 44.1kN$$

$$\eta = \frac{2}{3}\times 3 = 2m$$

$$P_V = 10^3 g\int_0^{\sqrt{6}} y dx = 10^3 g \int_0^{\sqrt{6}} (3-\frac{x^2}{2})dx = 48.0kN$$

$$or\ P_V = 10^3 g\int_0^3 x dy = 10^3 g\int_{\sqrt{6}}^0 -x^2 dx$$

$$= 10^3 g\int_0^{\sqrt{6}} x^2 dx = 10^3 g\frac{x^3}{3}\ |_0^{\sqrt{6}} = 48.0kN$$

$$\xi = \frac{\int x(3-x^2/2)dx}{\int(3-x^2/2)dx}$$

$$= \frac{9}{2}\frac{1}{2\sqrt{6}} = 0.92$$

B-7. 図は水力発電所の水量調節に用いられるローリングダムの断面である．水位が高まって B 点に達すると，円筒を回転して斜め上方に引き上げ，円筒とダムの上端 A 点との隙間から水を流出させる．円筒の直径が $3m$ 長さが $1m$ であるとき，満水時における水圧の水平分力と鉛直分力を求め，かつこれらの作用点を求めよ．(国清，水力学, p47)

（解）

$$
\begin{aligned}
&P_H = \rho g y_g A = 10^3 g \times 1.5(3 \times 1) = 44.1kN \\
&y_c = \frac{2}{3} \times 3 = 2m \\
&P_V = \rho g \frac{1}{2}(\frac{\pi R^2}{2}) = 34.6kN \\
&\frac{CC_H}{OC_H} = \frac{P_H}{P_V}, \quad CC_H = 2 \times \frac{44.1}{34.6} = 0.637m \\
&\rho g \int_0^R x \cdot y dx = \xi P_V, \quad P_V = \rho g \frac{1}{2}\pi R^2 \\
&(\frac{y}{2})^2 = R^2 - x^2, \quad \frac{y}{2}dy = -2xdx, \quad xydx = -(\frac{y}{2})^2 dy, \quad A = \frac{1}{2}\pi R^2 \\
&\int_0^R xydx = \xi(\frac{1}{2}\pi R^2) = \int_0^{2R} \frac{1}{4}y^2 dy = \frac{1}{4}\frac{(2R)^3}{3} \\
&\xi = \frac{4}{3}\frac{R}{\pi} \\
&\xi = \frac{4}{3}(\frac{3}{\pi}) = 0.637m
\end{aligned}
$$

B-8. 図に示す直径 $1.8m$ の円形の蝶型弁が質量中心より $10cm$ 下の水平軸 C のまわりに回転する．点 C まわりのモーメントがゼロになるためには深さ h をいくらにすればよいか．AB が高さ $1.8m$, 幅 $1m$ の長方形ゲ-トのときはいくらか．(加藤, 流れの力学, p28)

（解）

$$
\begin{aligned}
&P = \rho g y_g A, \quad y_c = y_g + \frac{I_g}{y_g A} \\
&M = P(y_c - y_g) = \rho g I_g \\
&M = \rho g \frac{\pi R^2}{4} = P \times 0.1 = \rho g(h + 0.9)\pi R^2 \times 0.1 \\
&\frac{0.9^2}{4} = (h + 0.9)(0.1), \quad h = 1.13m \\
&M = \rho g \frac{ab^3}{1} 2 = P \times 0.1 = \rho g(h + 0.9)(ab) \times 0.1 \\
&\frac{1.8^2}{1} 2 = (h + 0.9)(0.1), \quad h = 1.8m
\end{aligned}
$$

B-9. 図に示すように半径 $2m$ の水門 AB に作用する単位幅あたりの水平および垂直の各成分および合力を求めよ． (RV Giles, p29)

（解）

$$
\begin{aligned}
&P_H = 10^3 g(1)(2 \times 1) = 19.62kN \\
&P_V = \rho g V = 10^3 g \times \frac{\pi 2^2}{4} = 30.82kN
\end{aligned}
$$

$$\eta = \frac{2}{3}(2) = \frac{4}{3}m$$

$$\rho g \int_0^R x \cdot y dx = \xi P_V, \quad P_V = \rho g(A \times 1)$$

$$y^2 = R^2 - x^2, \quad ydy = -xdx, \quad xydx = -y^2 dy, \quad A = \frac{1}{4}\pi R^2$$

$$\int_0^R xydx = \xi A = -\int_0^R y^2 dy = -\frac{R^3}{3}, \quad A = \frac{\pi R^2}{4}$$

$$\xi = -\frac{R^3}{3}\frac{4}{\pi R^2} = -\frac{4}{3}\frac{R}{\pi}$$

$$\xi = -\frac{4}{3}(\frac{2}{\pi}) = -0.85m$$

$$\frac{\xi}{\eta} = \frac{P_H}{P_V}, \quad \xi = \frac{176.6}{277.4} \times 4 = 2.54m$$

$$P_H \eta = P_V \xi, \quad 176.6 \times 4 - 277.4 \times 2.54 = 0$$

B-10. 図に示すように直径 $2.0m$ の円筒が 45^o 傾斜の平板上におかれて，左側は水に浸っている．円筒に作用する単位長さ当りの水平，垂直方向の力を求めよ．(RV Giles, p30)

（解）

$$\begin{aligned}
P_H &= \rho g h_g A = 10^3 g\{(1.2+0.85)(1.7\times 1) - (1.2+1.55)(0.3\times 1)\} = 26.1kN \\
P_V &= weight\ of\ (rectangle\ GFJCltriangle\ CJB + semicircleCDAB) \\
P_V &= \rho g(area) = 10^3 g(1.2\times 1.4 + \frac{1}{2}\times 1.4 + \frac{1}{2}\pi 1^2)(1) = 41.5kN
\end{aligned}$$

G-1. 図に示すように直径 $1.8m$ の円筒が 45^o 傾斜の平板上におかれて，左側は水に浸っている．円筒に作用する単位長さ当りの水平，垂直方向の力を求めよ．(RV Giles, p30)

（解）

$$\begin{aligned}
P_x &= \rho g h_g A = 10^3 g(\frac{1}{2}) \times 0.9(1+cos45^o) \times 0.9(1+cos45^o) \\
&= 10^3 g \times 0.5 \times 0.7^2 \times 1.86^2 = 8.33kN/m \\
P_y &= \rho g(area) = 10^3 \times \{\frac{210}{36} \times \pi \times 0.9^2 + 0.9 + 0.9(1+cos45^o)\} \\
&= 10^3 g(0.89+0.35) = 12.23kN/m
\end{aligned}$$

G-2. 縦 $2.1m$, 横 $6m$, 高さ $1.8m$ の水槽に深さ $0.9m$ の水が入っている．もしタンクの横方向に水平にタンクが加速度 $2.45m/s^2$ で動くとすれば,(1) タンクの前後の面に作用する力をそれぞれ求めよ．(2) これらの力の差はタンク内の水を加速するのに必要な力に等しいことを示せ．(RV Giles, p43)

（解）

$$\tan\theta = \frac{\alpha}{g} = \frac{2.45}{9.81} = 0.25, \quad \theta = 14^o 2'$$

$$d_1 = 0.9 + 3\tan\theta = 1.65m, \quad d_2 = 0.9 - 3\tan\theta = 0.15m$$

$$P_{ab} = \rho g h_g A = 10^3 g(\frac{1.65}{2})(1.65 \times 2.1) = 28.04kN$$

$$P_{cd} = \rho g h_g A = 10^3 g(\frac{0.15}{2})(0.15 \times 2.1) = 231.76N$$

$$P = m\alpha = 10^3(6 \times 0.9 \times 2.1) \times 2.45 = 27.8kN$$

$$P_{ab} - P_{cd} = 27.8kN$$

G-3. 幅 $1.5m$, 長さ $3m$, 深さ $1.8m$ の長方形タンクに深さ $1.2m$ まで水が入っている．もし水平方向にタンクが $2.45m/s^2$ の加速度で一様に動いたとき，タンクの前後壁面における水深はそれぞれいくらになるか．また前後壁面にかかる全圧力を求めよ．(RV Giles, p43)

（解）

$$\tan\theta = \frac{\alpha}{g} = \frac{2.45}{9.81} = 0.25, \quad \theta = 14^o 2'$$

$$1.2\tan\theta = 0.3m, Q = 1.2 \times 0.3 \times \frac{1}{2} \times 0.6 = 1.108m^3 = 108l$$

$$G = \rho g Q = 10^3 g \times 0.108 = 1058.4N$$

$$P_1 = \rho g h_g A = 10^3 g \times 0.3(0.6 \times 0.6) = 1.058N$$

$$P_2 = \rho g h_g A = 10^3 g \times (\frac{1}{2})(0.6 - 0.3)(0.6 \times 0.6) = 264.8N$$

G-4. 図に示すように直径 $1.4m$ の円筒が 30^o 傾斜の平板上におかれて，左側は水に浸っている．円筒に作用する単位長さ当りの水平，垂直方向の力を求めよ．(RV Giles, p30)

（解）

$$\begin{aligned} P_x &= \rho g h_g A = 10^3 g(\frac{1}{2}) \times 0.7(1 + cos30^o) \times 0.7(1 + cos30^o) \\ &= 10^3 g \times 0.5 \times 0.7^2 \times 1.86^2 = 8.33kN/m \\ P_y &= \rho g(area) = 10^3 \times \{\frac{210}{36} \times \pi \times 0.7^2 + 0.7 + 0.7(1 + cos30^o)\} \\ &= 10^3 g(0.89 + 0.35) = 12.23kN/m \end{aligned}$$

G-5. Gate AB in Fig. below, is 1.2m wide and its hinged at A. Gate G reads -0.147 bar and oil of relative density 0.75 is in the right-hand tank. What horizontal force must be applined at B for equilibrium of gate AB? (RV Giles, p26)

（解）

$$Poil = \rho g h_g A = (0.75 \times 10^3) g(0.9)(1.8 \times 1.2) = 14.3kN$$

$$\eta_o = \frac{(1.2 \times 1.8^3/12)}{0.9(1.8 \times 1.2)} + 0.9 = 1.2m$$

$$h = -\frac{p}{\rho g} = -\frac{0.147 \times 10^5}{10^3 g} = -1.5m$$

$$Pwater = 10^3 g(2.2+0.9)(1.8\times 1.2) = 65.7kN$$

$$\eta_w = \frac{1.2\times 1.9^3}{3.1(1.8\times 1.2)} + 3.1 = 3.2m$$

$$14,300\times 1.2 + 1.8F - 65,700\times 1 = 0, \quad F = 27.0kN$$

G-6. 図に示すようにゲート AB は幅 $1.2m$ で A でヒンジされている．ゲージ G の読みは $-0.147bar$ であり，右側タンクには比重 0.75 の油が入っている．ゲート AB を平衡に保つためにはに水平方向にどれだけの力を加えればよいか．(RV Giles, p26)

（解）

$$Poil = \rho g h_g A = (0.75\times 10^3)g(0.9)(1.8\times 1.2) = 14.3kN$$

$$\eta_o = \frac{(1.2\times 1.8^3/12)}{0.9(1.8\times 1.2)} + 0.9 = 1.2m$$

$$h = -\frac{p}{\rho g} = -\frac{0.147\times 10^5}{10^3 g} = -1.5m$$

$$Pwater = 10^3 g(2.2+0.9)(1.8\times 1.2) = 65.7kN$$

$$\eta_w = \frac{1.2\times 1.9^3}{3.1(1.8\times 1.2)} + 3.1 = 3.2m$$

$$14,300\times 1.2 + 1.8F - 65,700\times 1 = 0, \quad F = 27.0kN$$

G-7. 図に示すように直径 $2.4m$ 重さ $200kg$ の円筒がタンク内におかれ左右に油と水に浸っている．円筒に作用する単位長さ当りの水平，垂直方向の力を求めよ．(RV Giles, p31)

（解）

$$P_{Hw} = 10^3 g\times 0.3\times(0.6\times 1) = 1.76kN$$

$$P_{Ho} = 0.80\times 10^3 g\times 0.6\times(1.2\times 1) = 5.65kN$$

$$P_{net} = P_{Ho} - P_{Hw} = 5.65 - 1.76 = 3.89kN\ to\ left$$

$$P_V = 10^3 g(\frac{\pi}{6}\times 1.2^2 - \frac{1}{2}\times 0.6\times 1.2\times\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$+0.80\times 10^3 g(\frac{\pi}{4}\times 1.2^2)\times 1 - 200g = 11.18kN\ upward$$

K-1. 図に示すように半径 $6m$ の水門 AB に作用する単位幅あたりの水平および垂直の各成分および合力を求めよ． (菊山, 流体工学演習, p31, Irabu)

（解）

$$P_H = 10^3 g(3)(6\times 1) = 176.6kN$$

$$P_V = \rho g V = 10^3 g\times\frac{\pi 6^2}{4} = 277.4kN$$

$$\eta = \frac{2}{3}(6) = 4m$$

$$\rho g\int_0^R x\cdot ydx=\xi P_V,\quad P_V=\rho g(A\times 1)$$

$$y^2=R^2-x^2,\quad ydy=-xdx,\quad xydx=-y^2dy,\quad A=\frac{1}{4}\pi R^2$$

$$\int_0^R xydx=\xi A=-\int_0^R y^2dy=-\frac{R^3}{3},\quad A=\frac{\pi R^2}{4}$$

$$\xi=-\frac{R^3}{3}\frac{4}{\pi R^2}=-\frac{4}{3}\frac{R}{\pi}$$

$$\xi=\frac{4}{3}(\frac{6}{\pi})=2.54m$$

$$P_H\eta=P_V\xi,\quad 176.6\times 4-277.4\times 2.54=0$$

K-2. 直径 $2m$, 比重 0.382 の円筒形物体は水にどれだけ沈むかを計算せよ．(菊山, 流体工学演習, p33)

（解）

$$V=\pi R^2\frac{2\theta}{2\pi}-Rsin\theta Rcos\theta=R^2(\theta-sin\theta cos\theta)$$

$$s\rho_w g\pi R^2=\rho_w gR^2(\theta-sin\theta cos\theta)$$

$$\theta-sin\theta cos\theta=s\pi=0.382\pi=1.200$$

$$\theta=1.383rad=79.2^o$$

$$h=R-Rcos\theta=1-cos(79.2^o)=0.813m$$

K-3. 図のゲート AB は幅 $1.2m$ で点でヒンジされている．水槽上面には $-19.6kPa$(ゲージ) の圧力がかかり，右のタンクには比重 0.80 の油が入っている．ゲート AB を平衡に保つためには点 B にどれほどの水平力が必要か．(菊山, 流体工学演習, p28)

（解）

$$Po=\rho gh_gA=(0.80\times 10^3)g\frac{1.5}{2}(1.2\times 1.5)=10.6kN$$

$$\eta_o=\frac{(1.2\times 1.5^3/12)}{0.75(1.2\times 1.5)}+0.75=1.00m$$

$$h=-\frac{p}{\rho g}=-\frac{19.6\times 10^3}{10^3g}=-2.0m$$

$$h_g=0.50+\frac{1.5}{2}=1.25m$$

$$Pw=10^3g\times 1.25(1.2\times 1.5)=22.1kN$$

$$\eta_w=\frac{1.2\times 1.5^3/12}{1.25(1.2\times 1.5)}+1.25=1.4m$$

$$10.6\times 1.00+1.5F-22.1\times 0.9=0,\quad F=6.19kN$$

M-1. 図は水力発電所の水量調節に用いられるローリングダムの断面である．水位が高まって B 点に達すると，円筒を回転して斜め上方に引き上げ，円筒とダムの上端 A 点との隙間から水を流出させる．円筒の直径が $2m$ 長さが $1m$ であるとき，満水時における水圧の水平分力と鉛直分力を求め，かつこれらの作用点を求めよ．(松本，水力工学例題演習, p62)

（解）

$$P_H = \rho g y_g A = 10^3 g \times 1(2 \times 1) = 19.6kN$$
$$y_c = \frac{2}{3} \times 2 = 1.33m$$
$$P_V = \rho g \frac{1}{2}(\frac{\pi d^2}{4}) = 15.4kN$$
$$\frac{CC_H}{OC_H} = \frac{P_H}{P_V}, \quad CC_H = 0.33 \times \frac{19.6}{15.4} = 0.424m$$
$$\rho g \int_0^R x \cdot y dx = \xi P_V, \quad P_V = \rho g \frac{1}{2}\pi R^2$$
$$(\frac{y}{2})^2 = R^2 - x^2, \quad \frac{y}{2}dy = -2xdx, \quad xydx = -(\frac{y}{2})^2 dy, \quad A = \frac{1}{2}\pi R^2$$
$$\int_0^R xydx = \xi(\frac{1}{2}\pi R^2) = \int_0^{2R} \frac{1}{4}y^2 dy = \frac{1}{4}\frac{(2R)^3}{3}$$
$$\xi = \frac{4}{3}\frac{R}{\pi}$$
$$\xi = \frac{4}{3}(\frac{1}{\pi}) = 0.424m$$

T-1. 図に示すように流体中に垂直におかれている幅高さの板に作用する力およびその作用点を求めよ．また作用点がの点にくることを示せ．(富田，水力学, p37)

（解）

$$dP = pdA = pbdy$$
$$P = \rho g \overline{y} ab = \rho gab(h + \frac{a}{2})$$

K-1. 図のように幅 $1.2m$ のゲートでタンクを仕切り，左側に水，右側に比重 0.75 の油が入れてある．圧力計が $-15.0kPa$ のとき，ゲート AB を平衡に保つには, B46 46　点にどれほどの水平力を作用させればよいか.（国清，水力学，p46）

（解）

$$h = \frac{p}{\rho g} = \frac{15 \times 10^3}{10^3 g} = -1.53(below\ water\ surface)$$

$$z_g = (5.5 - 1.53) - 1.8 + \frac{1.8}{2} = 3.07m$$

$$z_c = z_g + \frac{I_g}{Az_g} = 3.07 + \frac{1.8^3 \times 1.2/12}{(1.8 \times 1.2)3.07} = 3.16m$$

$$P_w = \rho g z_g A = 10^3(3.07)(1.8 \times 1.2) = 65.1kN$$

$$P_o = \rho g z_g A = 10^3(0.75)g(0.9)(1.8 \times 1.2) = 14.3kN$$

$$z_c = z_g + \frac{I_g}{Az_g} = 0.9 + \frac{1.8^3 \times 1.2/12}{(1.8 \times 1.2)0.9} = 1.2m$$

$$P_w(3.16-1.8) = P_o(1.2) + F(1.8)$$

$$F = 10^3(\frac{1.36\times 65.1 - 1.2\times 14.3}{1.8}) = 39.6kN$$

I-1. 図のように $x^2 = 8-2y$ で表される曲線壁に作用する単位幅当りの水平，垂直分力およびそれらの作用点を求めよ．(生井, 演習水力学, p51)

（解）

$$P_H = 10^3 g(\frac{4}{2}\times 4\times 1) = 78.4kN$$

$$\eta = \frac{2}{3}\times 4 = 2.7m$$

$$P_V = 10^3 g\int_0^4 xdy = 10^3 g\int_{\sqrt{8}}^0 -x^2dx$$

$$= 10^3 g\int_0^{\sqrt{8}} x^2dx = 10^3 g\frac{x^3}{3}\mid_0^{\sqrt{8}} = 73.9kN$$

$$\xi = \frac{\int x(4-x^2/2)dx}{\int(4-x^2/2)dx} = (center\ of\ buoyant\ force)$$

3-13-2. 直径 $1.4m$ の円筒が 30^o 傾斜の平板上におかれている．次の場合について円筒に作用する水平, 垂直方向の力を求めよ．(1) タンクが閉じていて $39.2kPa$ のガスが入っている場合 (2) タンクに水が満たされその表面が大気に開放されている場合．ただしいずれの場合も円筒には大気圧が作用しているものとする．

（解）

$$\begin{aligned}
(1)\ P_x &= \rho g h_g A = 10^3 g(\frac{1}{2})\times 0.7(1+cos30^o)\times 0.7(1+cos30^o)\\
&= 10^3 g\times 0.5\times 0.7^2\times 1.86^2 = 8.33kN/m\\
P_y &= \rho g(area) = 10^3\times\{\frac{210}{36}\times\pi\times 0.7^2 + 0.7 + 0.7(1+cos30^o)\}\\
&= 10^3 g(0.89+0.35) = 12.23kN/m\\
(2)\ P_x &= 39.2\times 10^3\times 0.7(1+cos30^o) = 51.0kN/m\\
P_y &= 39.2\times 10^3\times 0.7sin30^o = 13.72kN/m
\end{aligned}$$

3-14. 長さ $5m$ の円形水門が図のように取り付けられ，水が水門の上面まで貯えられている．この水門にかかる水平ほよび垂直方向の分力，ならびに全圧の大きさそのの方向を求めよ．

（解）

$$\begin{aligned}
P_H &= 10^3 g\frac{1}{2}(3sin60^o)(3sin60^o\times 5) = 165kN\\
P_V &= 10^3 g\times 5[\frac{60}{360}+\pi 3^2 - (\frac{1}{2})3^2(sin60^o\times cos60^o)] = 135.5kN\\
P &= \sqrt{P_H^2+P_V^2} = \sqrt{165.5^2+135.5^2} = 213.8kN\\
tan\alpha &= \frac{135.5}{165.5} = 0.818,\quad \alpha = 39.3^o
\end{aligned}$$

T-1. 図に示すような，中央部を水平な蝶番で支持されている長方形ゲート（幅 $3m$）を，平衡の状態に保つには F はいくらか．水の密度は $10^3 kg/m^3$ とする．(豊倉, 流体力学, p24)

（解）

$$R = \rho g z_g A = 10^3 g(8)(3 \times 6) = 1411.2kN(144 \times 10^3 kgf)$$

$$\eta = z_g + \frac{I_g}{z_g A} = 8 + \frac{6^3 \times 3/12}{8(3 \times 6)} = 8 + \frac{54}{144} = 8.375$$

$$R \times 0.375 = F \times 3, \quad F = 176.4kN(18,000kgf)$$

$$Note: \ M = R(\eta - z_g) = \rho g I_g$$

D-1. 図に示す円形断面の水門にかかる回転モーメントは水深とは無関係であることを示し，その大きさを求めよ．(JF Douglas, p25)

（解）

$$R = \rho g A y \overline{y} = \rho g A y_g sin\varphi$$

$$D = y_c sin\varphi, \quad y_c = y_g + \frac{I_g}{y_g A}$$

$$M = R \times (y_c - y_g = \rho g A y_g sin\varphi(\frac{I_g}{y_g A}) = \rho g I_g sin\varphi$$

$$I_g = \frac{\pi R^4}{4}$$

$$M = 10^3 g(\frac{\pi \times 0.625^4}{4}) sin80^o = 1160N - m$$

D-2. 図に示す長方形断面の水門 ($90cm \times 120cm$) が開くときの水深を求めよ．ただし水門の重量はとする．(JF Douglas, p26)

（解）

$$y'_g = h' - 0.45$$

$$P = 10^3 g(0.9 \times 1.2)(h' - 0.45)\sin 45^o = 9.17 \times (h' - 0.45)kN$$

$$\overline{AF} = 0.9 - (h' - y'_c) = 0.9 - h' + \{(h' - 0.45) + \frac{0.0729}{(h' - 0.45)A}\}$$

$$y'_c = y'_g + \frac{I_g}{y'_g A}, \quad I_g = \frac{1.2 \times 0.9^3}{12} = 0.0729$$

$$W \times 0.3 = P \times \overline{AF}$$

$$2.94 \times 10^3 = 9.17 \times 10^3 (h' - 0.45)\{0.45 + \frac{0.0675}{(h' + 0.45)}\}$$

$$2.94 = 4.13(h' - 0.45) + 0.618, \quad h' = 1.01, \quad h = 1.01 \sin 60^o = 0.88m$$

NY-1. 図に示すような直径 $2m$ の円形水門が水平な軸で支えられている．水門を閉じておくための軸まわりのモーメントを求めよ．(中山, 流体の力学, p28)

（解）

$$P = \rho g A y_g, \quad y_c = y_g + \frac{I_g}{y_g A}$$

$$M = P \times (y_c - y_g) = P \times (\frac{I_g}{y_g A}) = \rho g I_g$$

$$M = 10^3 g(\frac{\pi \times 1^4}{4}) = 7.7kN - m$$

N-2. 図に示す長方形断面の水門からの水深が $10m$ になると自動的に開閉するための軸心の限界高さ d を求めよ．(BR Musnson, p95, RV Giles, p28, 中村, p27)

（解）

$$R = \rho g z_g A = 10^3 g \times 12(4 \times 2) = 941kN$$

$$y_c = y_g + \frac{I_g}{y_g A}, \quad I_g = \frac{4^3 \times 2}{12}$$

$$y_c = 12 + \frac{4^3}{12(4 \times 2)} = 12.11, \quad d = 12.11 - 10 = 2.11m$$

7. 図の三角形 $CC'D$ に作用する全圧力と作用点を求めよ．(Irabu)

（解）

$$P = \rho g h_g A = 10^3 g(3 + \frac{1}{3} \times 6 \times 0.707)(\frac{1}{2} \times 6 \times 4) = 519.6kN$$

$$\eta = \frac{(4 \times 6^3/36)}{(4.41/0.707)(4 \times 6/2)} + \frac{4.41}{0.707}$$

$$= 0.24 + 8.24 = 6.56m$$

$$Note : I_g = \frac{bh^3}{36}$$

Da-1. 大気を静止流体として高さ $500m$ における大気圧を次の三つの場合について計算せよ． (1) 密度一定 (constant density)， (2) 等温 (isothermal), (3) 断熱 (adiabatic)．ただし，地表における大気の圧力および密度はそれぞれ， $p_o = 1.0133bar$, $\rho_o = 1.247kg/m^3$ とする．(RL Daugherty, p26)

（解）

$$(1)\ \frac{dp}{dz} = -\rho g$$

$$p = p_o - \rho g(z - z_o) = 101.33 \times 10^3 - 1.247g \times 5 \times 10^3$$

$$= 10^3(101.3 - 61.1) = 40.23kPa$$

$$(2)\ \frac{dp}{dz} = -\rho g = -p\rho_o g\frac{dz}{p_o}$$

$$\int_{p_o}^{p} \frac{dp}{p} = -\int_{z_o}^{z} \rho_o g \frac{dz}{p_o}$$

$$ln\frac{p}{p_o} = -\frac{\rho_o g}{p_o}(z - z_o), \quad p = p_o exp[-\frac{\rho_o g}{p_o}(z - z_o)]$$

$$p = 1.0133 \times 10^5 exp[-\frac{1.247g}{1.0133} \times 10^5(5000)]$$

$$= 1.0133 \times e^{-0.603} = 55.4kPa$$

(3) $\frac{p}{\rho^{1.4}} = \frac{p_o}{\rho^{1.4}}$

$$\int_{p_o}^{p} p^{-0.715}dp = -\rho_o g \rho_o^{-0.715}(z - z_o)$$

$$p^{0.285} = (1.0133 \times 10^5)^{0.285} - 0.285 \times 1.247g(1.0133 \times 10^5)^{-0.715}(5000)$$

$$= 26.7 - 4.6 = 22.1, \quad p = 52.0kPa$$

Test-1. 比重の氷山が比重 1.025 の海水に浮かんでいる．水面より出た氷山の容積が $100m^3$ であるならば氷山の全容積はいくらか．

（解）

$$(V - 100) \times 1.025 = V \times 0.92, \quad V = \frac{1.025}{0.105} = 976m^3$$